

三次元異種接合弾性体中に存在する微小き裂による 応力場 き裂の同一領域

著者	陳 夢成, 野田 尚昭
雑誌名	機械の研究
巻	55
号	5
ページ	567-587
発行年	2003-05-01
URL	http://hdl.handle.net/10228/00007865

三次元異種接合弾性体中に存在する微小き裂による応力場

——き裂の同一領域——

陳 夢 成*・野田 尚昭**

1. 緒 言

繊維強化複合材料、半導体などの電子部品や異種金属同士および金属とセラミックスの接合体などには多くの界面が存在する。これらの複合材料や接合体の破損は、異材接合界面かその近傍で生じることが多い。したがって、三次元き裂による接合体の接合界面近傍または界面の応力分布を明らかにすることは実用上重要である。このような解析には、境界要素法や体積法などように、基本解あるいはグリーン関数を応用した工学問題の数値解法が重要な役割を果たしている。

三次元無限体異種材中で1点に集中力が作用するときの基本解は、Rongved¹⁾、DundursとHetenyi²⁾、黄と王³⁾で様々な解析が次々になされている。陳と湯⁴⁾は、これをテンソルの形で与えている。最近、陳と野田⁵⁾は、変位と応力場をとってこの基本解を前報で体積法や境界要素法に移植可能な形でもっと詳細に示した。Leeら⁶⁾、陳ら⁷⁾、秦と野田⁸⁾および野田ら⁹⁾は、この三次元の基本解を体積法や超越特異積分方程式法に適用し、異種材中の各種のき裂問題の高精度な解析を行っている。これらの研究では、それぞれの設定された問題に必要なき裂問題の表現が示されているものの、より一般的に体積法や境界要素法などに利用できる任意のき裂表面となるべき境界に分布している変位食違いによる応力場の解の研究は見当たらない。この解を基本解として、体積法や境界要素法などに組み込めば、多数個のき裂の干渉問題やき裂を含む複雑な有限体異材問題な

どの解析に便利であり、精度向上に対して大きな利点が見込まれる。

本稿では、以上の観点から二つの半無限体が平面完全に接合している場合に、接合界面の近傍に変位食違い(微小き裂に相当)を有するときの応力場の誘導について検討し、体積法や境界要素法に採用できる形で示す。しかし、紙数の都合より、ここにき裂の同一領域の応力場のみを示す。き裂の反対領域の応力場を次報で与える。

2. 問題の提示とその解法

図1は、二つの異なる材料が平面接合している場合に、接合界面の近傍に1個任意の形状のき裂を有する三次元領域を示したものである。2種類の材料は、それぞれ等方、均質な弾性体と仮定し、物体力はないものとする。また、 Ω_1 、 Ω_2 は各材料の占める領域であり、それぞれの領域の材料のせん断弾性係数とポアソン比を、 Ω_1 では、 μ_1 、 ν_1 、 Ω_2 では μ_2 、 ν_2 で表す。ここに二つの直交座標系を使用する。その一つの直交座標系 (x_1, x_2, x_3) の x_3

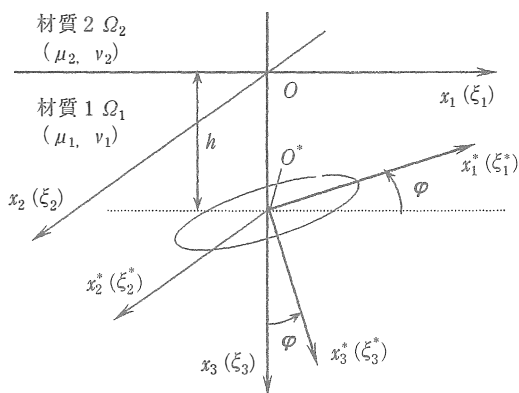


図1 接合界面の近傍に微小き裂

* 中国華東交通大学 工学部 土木工学科
現 九州工業大学 工学部 機械知能工学科
(Meng-Cheng Chen)

** 九州工業大学 工学部 機械知能工学科
(Nao-Aki Noda)

$=0$ の平面は、接合界面に相当する。もう一つの直交座標系 (x_1^*, x_2^*, x_3^*) の $x_3^*=0$ の平面には、界面近傍のき裂が存在するものとする。両直交座標系間の変換関係は次のようになっている。

$$x_i^* = e_{ij} x_j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

ここに重複な下付きは、足し算の協約を意味する(以下でも同様である)。 e_{ij} は、次のように定義される。

$$e_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (2)$$

図 1 より、接合境界での変位と応力の連続条件は次のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} u_{i1}(x) &= u_{i2}(x) \\ \sigma_{3i1}(x) &= \sigma_{3i2}(x) \\ x_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 u および σ に付けた添字での最後の添字 1, 2 は、それぞれの点が材質 1 または材質 2 中にあることを意味する(以下の u または σ でも同様である)。

直交座標系 (x_1^*, x_2^*, x_3^*) で、き裂により引き起こされた式(3)を満たす領域内にある点の変位場は次式で与えられる⁷⁾。

$$u_{ik}(x) = \int_{S^+} T_{ijk}(x, \xi) \tilde{u}_j(\xi) dS(\xi) \quad (4)$$

ここに、

$$T_{ijk}(x, \xi) = C_{j3mn1} G_{imk,n}(x, \xi) \quad (5)$$

$$\tilde{u}_j(\xi) = \tilde{u}_j(\xi)|_{\xi_3=h^+} - \tilde{u}_j(\xi)|_{\xi_3=h^-} \quad (6)$$

ここに、 $G_{imk}(\xi, x)$ は、接合材領域 1 内の点 ξ に m の方向に集中力が作用するとき、接合材領域 k ($=1, 2$) 内の点 x に i の方向に生じたグリーン関数である。これらは前報⁵⁾で与えられた。 C_{ijmnk} は材料の弾性定数であり、次式で表される。

$$C_{ijmnk} = \lambda_k \delta_{ij} \delta_{mn} + \mu_k (\delta_{im} \delta_{jn} + \delta_{in} \delta_{jm}) \quad (7)$$

ここでは、 λ_k と μ_k は接合材領域 k 内のラメ定数である。

変位と応力間の関係を反映する広義フークの法則を使用し、すなわち、

$$\sigma_{ijk}(x) = C_{ijlmk} u_{lk,m}(x) \quad (8)$$

接合材領域 k 中にき裂の乱れで生じた応力場は、次のような形で書くことができる。

$$\sigma_{ijk}(x) = C_{ijlmk} \int_{S^+} C_{s3pq1} G_{ipk,q}(x, \xi) \times \tilde{u}_s(\xi) dS(\xi) \quad (9)$$

式(9)により、直交座標系 (x_1^*, x_2^*, x_3^*) でき裂に引き起こされた接合材領域 k 中の応力場は次式で得られる。

$$[\sigma_{ijk}(\xi^*)] = [e_{im}] [\sigma_{mnk}(\xi)] [e_{nj}]^T \quad (10)$$

3. 微小き裂による応力場の表示式

複雑な式を整理すれば、き裂の反対領域 2 の応力場は最終的に次のようになる

$$\sigma_{ij1}(x^*) = \int_{S^+} S_{mij1}(x^*, \xi^*) \tilde{u}_m(\xi^*) dS(\xi^*) \quad (11)$$

ここに

$$\begin{aligned} S_{1111}(x^*, \xi^*) &= \{I_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin \varphi \cos^2 \varphi \\ &\quad + \{I_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin^3 \varphi \\ &\quad - \{I_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin \varphi \sin 2\varphi \\ &\quad + \{L_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos^3 \varphi \\ &\quad + \{L_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos \varphi \sin^2 \varphi \\ &\quad - \{L_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos \varphi \sin 2\varphi \\ S_{2111}(x^*, \xi^*) &= J_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \cos^2 \varphi + J_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin^3 \varphi - J_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \sin 2\varphi \\ &\quad + M_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos^3 \varphi + M_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin^2 \varphi - M_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin 2\varphi \\ S_{3111}(x^*, \xi^*) &= \{I_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{111}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin \varphi \cos^2 \varphi \\ &\quad + \{I_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{331}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin^3 \varphi \\ &\quad - \{I_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{131}^{\tilde{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin \varphi \sin 2\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{L_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos^3 \varphi \\
& + \{L_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos \varphi \sin^2 \varphi \\
& - \{L_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos \varphi \sin 2\varphi \\
S_{1221}(x^*, \xi^*) &= I_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \cos \varphi - K_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin^2 \varphi \\
& + L_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos^2 \varphi - N_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin \varphi \\
S_{2221}(x^*, \xi^*) &= J_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + M_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \\
S_{3221}(x^*, \xi^*) &= I_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin^2 \varphi + K_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \cos \varphi \\
& + L_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin \varphi - N_{221}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos^2 \varphi \\
S_{1331}(x^*, \xi^*) &= \{I_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin^3 \varphi \\
& + \{I_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin \varphi \cos^2 \varphi \\
& + \{I_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin \varphi \sin 2\varphi \\
& + \{L_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos \varphi \sin^2 \varphi \\
& + \{L_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos^3 \varphi \\
& + \{L_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos \varphi \sin 2\varphi \\
S_{2331}(x^*, \xi^*) &= J_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin^3 \varphi + J_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \cos^2 \varphi + J_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \sin 2\varphi \\
& + M_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin^2 \varphi + M_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos^3 \varphi + M_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin 2\varphi \\
S_{3331}(x^*, \xi^*) &= \{I_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin^3 \varphi \\
& + \{I_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin \varphi \cos^2 \varphi \\
& + \{I_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin \varphi \sin 2\varphi \\
& + \{L_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos \varphi \sin^2 \varphi \\
& + \{L_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos^3 \varphi \\
& + \{L_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos \varphi \sin 2\varphi \\
S_{1121}(x^*, \xi^*) &= \{I_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin \varphi \cos \varphi \\
& - \{I_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin^2 \varphi \\
& + \{L_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos^2 \varphi \\
& - \{L_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos \varphi \sin \varphi \\
S_{2121}(x^*, \xi^*) &= J_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \cos \varphi - J_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin^2 \varphi \\
& + M_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos^2 \varphi - M_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin \varphi \\
S_{3121}(x^*, \xi^*) &= \{I_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin \varphi \cos \varphi \\
& - \{I_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \sin^2 \varphi \\
& + \{L_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos^2 \varphi \\
& - \{L_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi\} \cos \varphi \sin \varphi \\
S_{1131}(x^*, \xi^*) &= [\{I_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - I_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)\} \cos \varphi \\
& - \{K_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - K_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)\} \sin \varphi] \cos \varphi \sin^2 \varphi \\
& + \{I_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \sin \varphi \sin 2\varphi \\
& + [\{L_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - L_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)\} \cos \varphi \\
& - \{N_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - N_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)\} \sin \varphi] \cos^2 \varphi \sin \varphi \\
& + \{L_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi\} \cos \varphi \sin 2\varphi \\
S_{2131}(x^*, \xi^*) &= [J_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - J_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)] \cos \varphi \sin^2 \varphi + J_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \cos 2\varphi \\
& + [M_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - M_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)] \cos^2 \varphi \sin \varphi + M_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \cos 2\varphi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{3131}(x^*, \xi^*) &= \{ [I_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - I_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)] \sin \varphi \\
&\quad + [K_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - K_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)] \cos \varphi \} \cos \varphi \sin^2 \varphi \\
&\quad + \{ I_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \} \sin \varphi \cos 2\varphi \\
&\quad + \{ [L_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - L_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)] \sin \varphi \\
&\quad + [N_{111}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) - N_{331}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*)] \cos \varphi \} \cos^2 \varphi \sin \varphi \\
&\quad + \{ L_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{131}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \} \cos \varphi \cos 2\varphi \\
S_{1231}(x^*, \xi^*) &= \{ I_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \} \sin^2 \varphi \\
&\quad + \{ I_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - K_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \} \sin \varphi \cos \varphi \\
&\quad + \{ L_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \} \cos \varphi \sin \varphi \\
&\quad + \{ L_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi - N_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \} \cos^2 \varphi \\
S_{2231}(x^*, \xi^*) &= J_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin^2 \varphi + J_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi \cos \varphi \\
&\quad + M_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \sin \varphi + M_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos^2 \varphi \\
S_{3231}(x^*, \xi^*) &= \{ I_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \} \sin^2 \varphi \\
&\quad + \{ I_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + K_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \} \sin \varphi \cos \varphi \\
&\quad + \{ L_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{121}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \} \cos \varphi \sin \varphi \\
&\quad + \{ L_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \sin \varphi + N_{231}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) \cos \varphi \} \cos^2 \varphi
\end{aligned} \tag{12}$$

ここに,

$$\begin{aligned}
I_{ij1}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) &= I_{ij1}^{\bar{u}}(x \rightarrow x^*, \xi \rightarrow \xi^*) \\
&= I_{ij1}^{\bar{u}}(x_1^* \cos \varphi, x_2^*, -x_1^* \sin \varphi + h, \xi_1^* \cos \varphi + \xi_3^* \sin \varphi, \xi_2^*, -\xi_1^* \sin \varphi + \xi_3^* \cos \varphi + h) \\
J_{ij1}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) &= J_{ij1}^{\bar{u}}(x \rightarrow x^*, \xi \rightarrow \xi^*) \\
&= J_{ij1}^{\bar{u}}(x_1^* \cos \varphi, x_2^*, -x_1^* \sin \varphi + h, \xi_1^* \cos \varphi + \xi_3^* \sin \varphi, \xi_2^*, -\xi_1^* \sin \varphi + \xi_3^* \cos \varphi + h) \\
K_{ij1}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) &= K_{ij1}^{\bar{u}}(x \rightarrow x^*, \xi \rightarrow \xi^*) \\
&= K_{ij1}^{\bar{u}}(x_1^* \cos \varphi, x_2^*, -x_1^* \sin \varphi + h, \xi_1^* \cos \varphi + \xi_3^* \sin \varphi, \xi_2^*, -\xi_1^* \sin \varphi + \xi_3^* \cos \varphi + h) \\
L_{ij1}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) &= L_{ij1}^{\bar{u}}(x \rightarrow x^*, \xi \rightarrow \xi^*) \\
&= L_{ij1}^{\bar{u}}(x_1^* \cos \varphi, x_2^*, -x_1^* \sin \varphi + h, \xi_1^* \cos \varphi + \xi_3^* \sin \varphi, \xi_2^*, -\xi_1^* \sin \varphi + \xi_3^* \cos \varphi + h) \\
M_{ij1}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) &= M_{ij1}^{\bar{u}}(x \rightarrow x^*, \xi \rightarrow \xi^*) \\
&= M_{ij1}^{\bar{u}}(x_1^* \cos \varphi, x_2^*, -x_1^* \sin \varphi + h, \xi_1^* \cos \varphi + \xi_3^* \sin \varphi, \xi_2^*, -\xi_1^* \sin \varphi + \xi_3^* \cos \varphi + h) \\
N_{ij1}^{\bar{u}}(x^*, \xi^*) &= N_{ij1}^{\bar{u}}(x \rightarrow x^*, \xi \rightarrow \xi^*) \\
&= N_{ij1}^{\bar{u}}(x_1^* \cos \varphi, x_2^*, -x_1^* \sin \varphi + h, \xi_1^* \cos \varphi + \xi_3^* \sin \varphi, \xi_2^*, -\xi_1^* \sin \varphi + \xi_3^* \cos \varphi + h)
\end{aligned} \tag{13}$$

ここの $I_{ij1}^{\bar{u}}(x, \xi)$, $J_{ij1}^{\bar{u}}(x, \xi)$, $K_{ij1}^{\bar{u}}(x, \xi)$, $L_{ij1}^{\bar{u}}(x, \xi)$, $M_{ij1}^{\bar{u}}(x, \xi)$, $N_{ij1}^{\bar{u}}(x, \xi)$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
I_{111}^{\bar{u}}(x, \xi) &= \frac{\mu_1}{2\pi(x_1+1)} \left\{ \frac{2}{r_1^3} + \frac{12(x_1-\xi_1)^2}{r_1^5} - \frac{30(x_1-\xi_1)^4}{r_1^7} - \frac{[3Ax_1^2 - 6Ax_1 + 9A - 2S(x_1+1)]}{r_2^3} \right. \\
&\quad + \frac{3[2Ax_1^2 + 6Ax_1 - 2S(x_1+1)](x_1-\xi_1)^2 + 3A(x_1-1)(x_1-3)(x_3+\xi_3)^2 + 36Ax_3\xi_3}{r_2^5} \\
&\quad - \frac{30Ax_1(x_1-\xi_1)^4 + 30A(x_1-3)(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)^2 + 360A(x_1-\xi_1)^2x_3\xi_3}{r_2^7} \\
&\quad + \frac{420Ax_3\xi_3(x_1-\xi_1)^4}{r_2^9} + 3[Ax_1^2 + 2Ax_1 + B - 2S(x_1+1)] \left[\frac{1}{r_2(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
&\quad \left. \left. - 2(x_1-\xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^2(r_2+x_3+\xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right] \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (x_1 - \xi_1)^4 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)^4} + \frac{2}{r_2^4(r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^5(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right] \Big\} \\
J_{111}^{\bar{u}}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1) (x_2 - \xi_2)}{2\pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{6}{r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2}{r_1^7} + \frac{3 [A \kappa_1^2 + 3A \kappa_1 - S (\kappa_1 + 1)]}{r_2^5} \right. \\
& - \frac{30 A \kappa_1 (x_1 - \xi_1)^2 + 30 A (x_1 - 3) \xi_3 (x_3 + \xi_3) + 180 A x_3 \xi_3}{r_2^7} + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2}{r_2^9} \\
& - 3 [A \kappa_1^2 + 2A \kappa_1 + B - 2S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{2}{r_2^2(r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. - (x_1 - \xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)^4} + \frac{2}{r_2^4(r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^5(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right] \right] \right\} \\
K_{111}^{\bar{u}}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1)}{2\pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{6 (x_3 - \xi_3)}{r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& - \frac{3 [9A (\kappa_1 - 1) - S (\kappa_1 + 1)] (x_3 + \xi_3) - 12 A (2\kappa_1 - 3) x_3}{r_2^5} \\
& + \frac{30 A \kappa_1 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3) - 30 A (x_1 - 1) (x_1 - \xi_1)^2 x_3 + 30 A (x_1 - 3) \xi_3 (x_3 + \xi_3)^2 + 180 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} \\
& - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)}{r_2^9} + [A \kappa_1 + B - S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{3}{r_2^2(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{3}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)} - (x_1 - \xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5(r_2 + x_3 + \xi_3)} \right] \right] \Big\} \\
I_{221}^{\bar{u}}(x, \xi) = & \frac{\mu_1}{2\pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ -\frac{2 (\kappa_1 - 2)}{r_1^3} + \frac{3 (\kappa_1 - 1) [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}{r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{[A \kappa_1^2 + B - 2S (\kappa_1 + 1)]}{r_2^3} + \frac{9 A (\kappa_1 - 1) [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2] + 12 A x_3 \xi_3}{r_2^5} \\
& - \frac{30 A \kappa_1 (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2 + 30 A (x_1 - 3) (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)^2}{r_2^7} \\
& + \frac{30 A (\kappa_1 - 1) [(x_1 - \xi_1)^2 - (x_2 - \xi_2)^2] (x_3 + \xi_3) x_3 - 60 A [(x_1 - \xi_1)^2 - (x_2 - \xi_2)^2] x_3^2 - 120 A (x_1 - \xi_1)^2 x_3 \xi_3}{r_2^9} \\
& + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2}{r_2^9} - 3 [A \kappa_1^2 + 2A \kappa_1 + B - 2S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{1}{r_2(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. - (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)^4} + \frac{2}{r_2^4(r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^5(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right] \right] \Big\} \\
J_{221}^{\bar{u}}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1) (x_2 - \xi_2)}{2\pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{6}{r_1^5} - \frac{30 (x_2 - \xi_2)^2}{r_1^7} + \frac{3 [A \kappa_1^2 + 3A \kappa_1 - S (\kappa_1 + 1)]}{r_2^5} \right. \\
& - \frac{30 A \kappa_1 (x_2 - \xi_2)^2 + 30 A (x_1 - 3) \xi_3 (x_3 + \xi_3) + 180 A x_3 \xi_3}{r_2^7} + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_2 - \xi_2)^2}{r_2^9} \\
& - 3 [A \kappa_1^2 + 2A \kappa_1 + B - 2S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{2}{r_2^2(r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. - (x_2 - \xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2 + x_3 + \xi_3)^4} + \frac{2}{r_2^4(r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^5(r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right] \right] \Big\} \\
K_{221}^{\bar{u}}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1)}{2\pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{3 (\kappa_1 - 1) (x_3 - \xi_3)}{r_1^5} - \frac{30 (x_2 - \xi_2)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& - \frac{3 A (5\kappa_1 - 9) (x_3 + \xi_3) - 12 A (\kappa_1 - 2) x_3}{r_2^5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{30 A x_1 (x_2 - \xi_2)^2 (x_3 + \xi_3) - 30 A (x_1 - 1) (x_2 - \xi_2)^2 x_3 + 30 A (x_1 - 3) \xi_3 (x_3 + \xi_3)^2 + 60 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} \\
& - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_2 - \xi_2)^2 (x_3 + \xi_3)}{r_2^9} + [A x_1 + B - S (x_1 + 1)] \left[\frac{1}{r_2^2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{1}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)} - (x_2 - \xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^4} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)^5} \right] \right] \Bigg\} \\
I_{331}^{\bar{u}_1}(x, \xi) = & \frac{\mu_1}{2 \pi (x_1 + 1)} \left\{ -\frac{2 (x_1 - 2)}{r_1^3} + \frac{3 (x_1 - 1) [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_3 - \xi_3)^2]}{r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)^2}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{[2 A x_1 - 3 A - B]}{r_2^3} \\
& + \frac{3 (B - A x_1) (x_1 - \xi_1)^2 - 3 A (x_1 - 1) (x_3 + \xi_3)^2 + 12 A (2 x_1 - 3) (x_3 + \xi_3) x_3 - 12 A x_3^2}{r_2^5} \\
& + \frac{30 A (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)^2 - 30 A (x_1 + 1) (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3) x_3 - 30 A (x_1 - 1) (x_3 + \xi_3)^3 x_3}{r_2^7} \\
& \left. + \frac{60 A (x_3 + \xi_3)^2 x_3^2 - 60 A (x_1 - \xi_1)^2 x_3 \xi_3}{r_2^7} + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
J_{331}^{\bar{u}_2}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1) (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (x_1 + 1)} \left\{ \frac{3 (x_1 - 1)}{r_1^5} - \frac{30 (x_3 - \xi_3)^2}{r_1^7} + \frac{3 (B - A x_1)}{r_2^5} \right. \\
& \left. + \frac{30 A (x_3 + \xi_3)^2 - 30 A (x_1 + 1) (x_3 + \xi_3) x_3 - 60 A x_3 \xi_3}{r_2^7} + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
K_{331}^{\bar{u}_3}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1)}{2 \pi (x_1 + 1)} \left\{ \frac{6 (x_3 - \xi_3)}{r_1^5} - \frac{30 (x_3 - \xi_3)^3}{r_1^7} - \frac{3 (B - 3 A) (x_3 + \xi_3) + 12 A x_3}{r_2^5} \right. \\
& \left. - \frac{30 A (x_3 + \xi_3)^3 - 60 A (x_3 + \xi_3) x_3^2 - 240 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^3}{r_2^9} \right\} \\
I_{121}^{\bar{u}_1}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1) (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (x_1 + 1)} \left\{ \frac{6}{r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2}{r_1^7} + \frac{3 [A x_1^2 + 3 A x_1 - S (x_1 + 1)]}{r_2^5} \right. \\
& - \frac{30 A x_1 (x_1 - \xi_1)^2 + 30 A (x_1 - 3) (x_3 + \xi_3) x_3 + 180 A x_3 \xi_3}{r_2^7} + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2}{r_2^9} \\
& - 3 [A x_1^2 + 2 A x_1 + B - 2 S (x_1 + 1)] \left[\frac{2}{r_2^2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. - (x_1 - \xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^4} + \frac{2}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right] \right] \Bigg\} \\
J_{121}^{\bar{u}_2}(x, \xi) = & \frac{\mu_1}{2 \pi (x_1 + 1)} \left\{ \frac{(x_1 - 1)}{r_1^3} - \frac{3 (x_1 - 3) [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}{2 r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{[A x_1^2 + B - S (x_1 + 1)]}{r_2^3} + \frac{3 [4 A x_1 - S (x_1 + 1)] [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2] + 24 A x_3 \xi_3}{2 r_2^5} \\
& - \frac{30 A x_1 (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2 + 60 A x_3 \xi_3 [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}{r_2^7} \\
& + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2}{r_2^9} - 3 [A x_1^2 + 2 A x_1 + B - 2 S (x_1 + 1)] \left[\frac{1}{r_2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. - (x_1 - \xi_1)^2 (x_2 - \xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^4} + \frac{2}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{1}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right] \right] \Bigg\} \\
K_{121}^{\bar{u}_3}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (x_1 + 1)} \left\{ -\frac{3 (x_1 - 3) (x_3 - \xi_3)}{2 r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{3 [4 A \kappa_1 - S (\kappa_1 + 1)] (x_3 + \xi_3) - 12 A (\kappa_1 - 1) x_3}{2 r_2^5} \\
& + \frac{30 A \kappa_1 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3) - 30 A (\kappa_1 - 1) (x_1 - \xi_1)^2 x_3 + 60 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} \\
& - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)}{r_2^9} + [A \kappa_1 + B - S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{1}{r_2^2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{1}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)} - (x_1 - \xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)} \right] \right] \Bigg\} \\
I_{131}^{\bar{u}_1}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{6 (x_3 - \xi_3)}{r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{3 [4 A \kappa_1 + 3 A - S (\kappa_1 + 1)] (x_3 + \xi_3) + 12 A (2 \kappa_1 - 1) x_3}{r_2^5} \\
& - \frac{30 A (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3) + 30 A (\kappa_1 - 1) (x_1 - \xi_1)^2 x_3 + 30 A (\kappa_1 + 3) (x_3 + \xi_3)^2 x_3 - 180 A (x_3 + \xi_3) x_3^2}{r_2^7} \\
& + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)}{r_2^9} - [A \kappa_1 + B - S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{3}{r_2^2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{3}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)} - (x_1 - \xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)} \right] \right] \Bigg\} \\
J_{131}^{\bar{u}_2}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ - \frac{3 (\kappa_1 - 3) (x_3 - \xi_3)}{2 r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{3 [4 A - S (\kappa_1 + 1)] (x_3 + \xi_3) + 12 A (\kappa_1 - 1) x_3}{2 r_2^5} \\
& - \frac{30 A (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3) + 30 A (\kappa_1 - 1) (x_1 - \xi_1)^2 x_3 + 60 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} \\
& + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)}{r_2^9} - [A \kappa_1 + B - S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{1}{r_2^2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{1}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)} - (x_1 - \xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)} \right] \right] \Bigg\} \\
K_{131}^{\bar{u}_3}(x, \xi) = & \frac{\mu_1}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{(\kappa_1 - 1)}{r_1^3} - \frac{3 (\kappa_1 - 3) [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_3 - \xi_3)^2]}{2 r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)^2}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{[A + B - S (\kappa_1 + 1)]}{r_2^3} \\
& + \frac{3 [S (\kappa_1 + 1) - 2 A - 2 B] (x_1 - \xi_1)^2 + 3 [S (\kappa_1 + 1) - 4 A] (x_3 + \xi_3)^2 - 24 A x_3 \xi_3}{2 r_2^5} \\
& + \frac{30 A (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)^2 + 60 A x_3 \xi_3 [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_3 + \xi_3)^2]}{r_2^7} \\
& \left. - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
I_{231}^{\bar{u}_1}(x, \xi) = & \frac{\mu_1 (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{3 (\kappa_1 - 1) (x_3 - \xi_3)}{r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3A(\kappa_1-1)(x_3+\xi_3)+12A(\kappa_1-2)x_3}{2r_2^5} \\
& - \frac{30A(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)+30A(\kappa_1-1)[(x_1-\xi_1)^2+(x_3+\xi_3)^2]x_3-60A(x_3+\xi_3)x_3^2}{r_2^7} \\
& + \frac{420Ax_3\xi_3(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)}{r_2^9} - [A\kappa_1+B-S(\kappa_1+1)] \left[\frac{1}{r_2^2(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{1}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)} - (x_1-\xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5(r_2+x_3+\xi_3)} \right] \right] \Bigg\} \\
J_{231}^{\tilde{\mu}_2}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_1-\xi_1)}{2\pi(\kappa_1+1)} \left\{ -\frac{3(\kappa_1-3)(x_3-\xi_3)}{2r_1^5} - \frac{30(x_2-\xi_2)^2(x_3-\xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{3[4A-S(\kappa_1+1)](x_3+\xi_3)+12A(\kappa_1-1)x_3}{2r_2^5} \\
& - \frac{30A(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)+30A(\kappa_1-1)(x_2-\xi_2)^2x_3+60Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)}{r_2^7} \\
& + \frac{420Ax_3\xi_3(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)}{r_2^9} - [A\kappa_1+B-S(\kappa_1+1)] \left[\frac{1}{r_2^2(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{1}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)} - (x_2-\xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5(r_2+x_3+\xi_3)} \right] \right] \Bigg\} \\
K_{231}^{\tilde{\mu}_3}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_1-\xi_1)(x_2-\xi_2)}{2\pi(\kappa_1+1)} \left\{ -\frac{3(\kappa_1-3)}{2r_1^5} - \frac{30(x_3-\xi_3)^2}{r_1^7} + \frac{3[S(\kappa_1+1)-2A-2B]}{2r_2^5} \right. \\
& \left. + \frac{30A(x_3+\xi_3)^2+60Ax_3\xi_3}{r_2^7} - \frac{420Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
L_{111}^{\tilde{\mu}_1}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_1-\xi_1)}{2\pi(\kappa_1+1)} \left\{ \frac{6(x_3-\xi_3)}{r_1^5} - \frac{30(x_1-\xi_1)^2(x_3-\xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& - \frac{3[9A(\kappa_1-1)-S(\kappa_1+1)](x_3+\xi_3)-12A(2\kappa_1-3)x_3}{r_2^5} \\
& + \frac{30A\kappa_1(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)-30A(\kappa_1-1)(x_1-\xi_1)^2x_3+30A(\kappa_1-3)\xi_3(x_3+\xi_3)^2+180Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)}{r_2^7} \\
& - \frac{420Ax_3\xi_3(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)}{r_2^9} + [A\kappa_1+B-S(\kappa_1+1)] \left[\frac{3}{r_2^2(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{3}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)} - (x_1-\xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5(r_2+x_3+\xi_3)} \right] \right] \Bigg\} \\
M_{111}^{\tilde{\mu}_3}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_2-\xi_2)}{2\pi(\kappa_1+1)} \left\{ \frac{3(\kappa_1-1)(x_3-\xi_3)}{r_1^5} - \frac{30(x_1-\xi_1)^2(x_3-\xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& - \frac{3A(5\kappa_1-9)(x_3+\xi_3)-12A(\kappa_1-2)x_3}{r_2^5} \\
& + \frac{30A\kappa_1(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)-30A(\kappa_1-1)(x_1-\xi_1)^2x_3+30A(\kappa_1-3)\xi_3(x_3+\xi_3)^2+60Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)}{r_2^7} \\
& - \frac{420Ax_3\xi_3(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)}{r_2^9} + [A\kappa_1+B-S(\kappa_1+1)] \left[\frac{1}{r_2^2(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)} - (x_1-\xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& \left. + \frac{3}{r_2^5(r_2+x_3+\xi_3)} \right] \Big] \Big\} \\
N_{11}^{\bar{n}_3}(x, \xi) = & \frac{\mu_1}{2\pi(x_1+1)} \left\{ -\frac{2(x_1-2)}{r_1^3} + \frac{3(x_1-1)[(x_1-\xi_1)^2 + (x_3-\xi_3)^2]}{r_1^5} - \frac{30(x_1-\xi_1)^2(x_3-\xi_3)^2}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{(2Ax_1-3A-B)}{r_2^3} \\
& + \frac{3(B-Ax_1)(x_1-\xi_1)^2 + 3A(7x_1-15)(x_3+\xi_3)^2 - 12A(2x_1-5)(x_3+\xi_3)x_3 - 12Ax_3^2}{r_2^5} \\
& - \frac{30Ax_1(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)^2 - 30A(x_1-1)(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)x_3 - 60A(x_1-\xi_1)^2x_3^2}{r_2^7} \\
& \left. - \frac{60Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^2 + 30A(x_1-3)\xi_3(x_3+\xi_3)^3 + 420Ax_3\xi_3(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
L_{221}^{\bar{n}_3}(x, \xi) = & \frac{\mu_1(x_1-\xi_1)}{2\pi(x_1+1)} \left\{ \frac{3(x_1-1)(x_3-\xi_3)}{r_1^5} - \frac{30(x_2-\xi_2)^2(x_3-\xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& - \frac{3A(5x_1-9)(x_3+\xi_3) - 12A(x_1-2)x_3}{r_2^3} \\
& + \frac{30Ax_1(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3) - 30A(x_1-1)(x_2-\xi_2)^2x_3 + 30A(x_1-3)\xi_3(x_3+\xi_3)^2 + 60Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)}{r_2^7} \\
& - \frac{420Ax_3\xi_3(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)}{r_2^9} + [Ax_1+B-S(x_1+1)] \left[\frac{1}{r_2^2(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{1}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)} - (x_2-\xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5(r_2+x_3+\xi_3)} \right] \right] \Big\} \\
M_{221}^{\bar{n}_3}(x, \xi) = & \frac{\mu_1(x_2-\xi_2)}{2\pi(x_1+1)} \left\{ \frac{6(x_3-\xi_3)}{r_1^5} - \frac{30(x_2-\xi_2)^2(x_3-\xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& - \frac{3[9A(x_1-1)-S(x_1+1)](x_3+\xi_3) - 12A(2x_1-3)x_3}{r_2^3} \\
& + \frac{30Ax_1(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3) - 30A(x_1-1)(x_2-\xi_2)^2x_3 + 30A(x_1-3)\xi_3(x_3+\xi_3)^2 + 180Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)}{r_2^7} \\
& - \frac{420Ax_3\xi_3(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)}{r_2^9} + [Ax_1+B-S(x_1+1)] \left[\frac{3}{r_2^2(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& + \frac{3}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)} - (x_2-\xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3(r_2+x_3+\xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4(r_2+x_3+\xi_3)^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{r_2^5(r_2+x_3+\xi_3)} \right] \right] \Big\} \\
N_{221}^{\bar{n}_3}(x, \xi) = & \frac{\mu_1}{2\pi(x_1+1)} \left\{ -\frac{2(x_1-2)}{r_1^3} + \frac{3(x_1-1)[(x_2-\xi_2)^2 + (x_3-\xi_3)^2]}{r_1^5} - \frac{30(x_2-\xi_2)^2(x_3-\xi_3)^2}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{(2Ax_1-3A-B)}{r_2^3} \\
& + \frac{3(B-Ax_1)(x_2-\xi_2)^2 + 3A(7x_1-15)(x_3+\xi_3)^2 - 12A(2x_1-5)(x_3+\xi_3)x_3 - 12Ax_3^2}{r_2^5} \\
& - \frac{30Ax_1(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)^2 - 30A(x_1-1)(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)x_3 - 60A(x_2-\xi_2)^2x_3^2}{r_2^7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{60 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^2 + 30 A (\kappa_1 - 3) \xi_3 (x_3 + \xi_3)^3}{r_2^7} + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_2 - \xi_2)^2 (x_3 + \xi_3)^2}{r_2^9} \} \\
L_{331}^{\tilde{u}_1}(x, \xi) &= \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{6 (x_3 - \xi_3)}{r_1^5} - \frac{30 (x_3 - \xi_3)^3}{r_1^7} - \frac{3 (B - 3 A) (x_3 + \xi_3) + 12 A x_3}{r_2^5} \right. \\
& \quad \left. - \frac{30 A (x_3 + \xi_3)^3 - 60 A (x_3 + \xi_3) x_3^2 - 240 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^3}{r_2^9} \right\} \\
M_{331}^{\tilde{u}_2}(x, \xi) &= \frac{\mu_1 (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{6 (x_3 - \xi_3)}{r_1^5} - \frac{30 (x_3 - \xi_3)^3}{r_1^7} - \frac{3 (B - 3 A) (x_3 + \xi_3) + 12 A x_3}{r_2^5} \right. \\
& \quad \left. - \frac{30 A (x_3 + \xi_3)^3 - 60 A (x_3 + \xi_3) x_3^2 - 240 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^3}{r_2^9} \right\} \\
N_{331}^{\tilde{u}_3}(x, \xi) &= \frac{\mu_1}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{2}{r_1^3} + \frac{12 (x_3 - \xi_3)^2}{r_1^5} - \frac{30 (x_3 - \xi_3)^4}{r_1^7} - \frac{(A + B)}{r_2^3} \right. \\
& \quad + \frac{3 (B - 5 A) (x_3 + \xi_3)^2 + 36 A x_3 \xi_3}{r_2^5} + \frac{30 A (x_3 + \xi_3)^4 - 360 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^2}{r_2^7} \\
& \quad \left. + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^4}{r_2^9} \right\} \\
L_{121}^{\tilde{u}_1}(x, \xi) &= \frac{\mu_1 (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ - \frac{3 (\kappa_1 - 3) (x_3 - \xi_3)}{2 r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& \quad - \frac{3 [4 A \kappa_1 - S (\kappa_1 + 1)] (x_3 + \xi_3) - 12 A (\kappa_1 - 1) x_3}{2 r_2^5} \\
& \quad + \frac{30 A \kappa_1 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3) - 30 A (\kappa_1 - 1) (x_1 - \xi_1)^2 x_3 + 60 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} \\
& \quad - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 + \xi_3)}{r_2^9} + [A \kappa_1 + B - S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{1}{r_2^2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \quad + \frac{1}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)} - (x_1 - \xi_1)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{3}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)} \right] \right] \} \\
M_{121}^{\tilde{u}_2}(x, \xi) &= \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ - \frac{3 (\kappa_1 - 3) (x_3 - \xi_3)}{2 r_1^5} - \frac{30 (x_2 - \xi_2)^2 (x_3 - \xi_3)}{r_1^7} \right. \\
& \quad - \frac{3 [4 A \kappa_1 - S (\kappa_1 + 1)] (x_3 + \xi_3) - 12 A (\kappa_1 - 1) x_3}{2 r_2^5} \\
& \quad + \frac{30 A \kappa_1 (x_2 - \xi_2)^2 (x_3 + \xi_3) - 30 A (\kappa_1 - 1) (x_2 - \xi_2)^2 x_3 + 60 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)}{r_2^7} \\
& \quad - \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_2 - \xi_2)^2 (x_3 + \xi_3)}{r_2^9} + [A \kappa_1 + B - S (\kappa_1 + 1)] \left[\frac{1}{r_2^2 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \quad + \frac{1}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)} - (x_2 - \xi_2)^2 \left[\frac{2}{r_2^3 (r_2 + x_3 + \xi_3)^3} + \frac{3}{r_2^4 (r_2 + x_3 + \xi_3)^2} \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{3}{r_2^5 (r_2 + x_3 + \xi_3)} \right] \right] \} \\
N_{121}^{\tilde{u}_3}(x, \xi) &= \frac{\mu_1 (x_1 - \xi_1) (x_2 - \xi_2)}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{3 (\kappa_1 - 1)}{r_1^5} - \frac{30 (x_3 - \xi_3)^2}{r_1^7} + \frac{3 (B - A \kappa_1)}{r_2^5} \right. \\
& \quad \left. - \frac{30 A \kappa_1 (x_3 + \xi_3)^2 - 30 A (\kappa_1 - 1) (x_3 + \xi_3) x_3 - 60 A x_3^2}{r_2^7} + \frac{420 A x_3 \xi_3 (x_3 + \xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
L_{131}^{\tilde{u}_1}(x, \xi) &= \frac{\mu_1}{2 \pi (\kappa_1 + 1)} \left\{ \frac{(\kappa_1 - 1)}{r_1^3} - \frac{3 (\kappa_1 - 3) [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_3 - \xi_3)^2]}{2 r_1^5} - \frac{30 (x_1 - \xi_1)^2 (x_3 - \xi_3)^2}{r_1^7} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{[A+B-S(x_1+1)]}{r_2^3} \\
& + \frac{3[S(x_1+1)-2A-2B](x_1-\xi_1)^2 + 3[S(x_1+1)-4A](x_3+\xi_3)^2 - 24Ax_3\xi_3}{2r_2^5} \\
& + \frac{30A(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)^2 + 60Ax_3\xi_3[(x_1-\xi_1)^2 + (x_3+\xi_3)^2]}{r_2^7} \\
& - \frac{420Ax_3\xi_3(x_1-\xi_1)^2(x_3+\xi_3)^2}{r_2^9} \} \\
M_{131}^{\bar{u}_3}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_1-\xi_1)(x_2-\xi_2)}{2\pi(x_1+1)} \left\{ -\frac{3(x_1-3)}{2r_1^5} - \frac{30(x_3-\xi_3)^2}{r_1^7} + \frac{3[S(x_1+1)-2A-2B]}{2r_2^5} \right. \\
& \left. + \frac{30A(x_3+\xi_3)^2 + 60Ax_3\xi_3}{r_2^7} - \frac{420Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
N_{131}^{\bar{u}_3}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_1-\xi_1)}{2\pi(x_1+1)} \left\{ \frac{6(x_3-\xi_3)}{r_1^5} - \frac{30(x_3-\xi_3)^3}{r_1^7} + \frac{3(A+B)(x_3+\xi_3) - 12Ax_3}{r_2^5} \right. \\
& \left. - \frac{30A(x_3+\xi_3)^3 + 120A(x_3+\xi_3)^2x_3 - 180A(x_3+\xi_3)x_3^2 + 420Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^3}{r_2^7} + \frac{420Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^3}{r_2^9} \right\} \\
L_{231}^{\bar{u}_1}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_1-\xi_1)(x_2-\xi_2)}{2\pi(x_1+1)} \left\{ -\frac{3(x_1-3)}{2r_1^5} - \frac{30(x_3-\xi_3)^2}{r_1^7} + \frac{3[S(x_1+1)-2A-2B]}{2r_2^5} \right. \\
& \left. + \frac{30A(x_3+\xi_3)^2 + 60Ax_3\xi_3}{r_2^7} - \frac{420Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
M_{231}^{\bar{u}_2}(x, \xi) &= \frac{\mu_1}{2\pi(x_1+1)} \left\{ \frac{(x_1-1)}{r_1^3} - \frac{3(x_1-3)[(x_2-\xi_2)^2 + (x_3-\xi_3)^2]}{2r_1^5} - \frac{30(x_2-\xi_2)^2(x_3-\xi_3)^2}{r_1^7} \right. \\
& + \frac{[A+B-S(x_1+1)]}{r_2^3} \\
& + \frac{3[S(x_1+1)-2A-2B](x_2-\xi_2)^2 + 3[S(x_1+1)-4A](x_3+\xi_3)^2 - 24Ax_3\xi_3}{2r_2^5} \\
& + \frac{30A(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)^2 + 60Ax_3\xi_3[(x_2-\xi_2)^2 + (x_3+\xi_3)^2]}{r_2^7} \\
& \left. - \frac{420Ax_3\xi_3(x_2-\xi_2)^2(x_3+\xi_3)^2}{r_2^9} \right\} \\
N_{231}^{\bar{u}_3}(x, \xi) &= \frac{\mu_1(x_2-\xi_2)}{2\pi(x_1+1)} \left\{ \frac{6(x_3-\xi_3)}{r_1^5} - \frac{30(x_3-\xi_3)^3}{r_1^7} + \frac{3(A+B)(x_3+\xi_3) - 12Ax_3}{r_2^5} \right. \\
& \left. - \frac{30A(x_3+\xi_3)^3 + 120A(x_3+\xi_3)^2x_3 - 180A(x_3+\xi_3)x_3^2 + 420Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^3}{r_2^7} + \frac{420Ax_3\xi_3(x_3+\xi_3)^3}{r_2^9} \right\}
\end{aligned} \tag{14}$$

以上の式の定数, x_1 , A , B と S は次のように定義される.

$$\left. \begin{aligned}
x_1 &= 3 - 4\nu_1, & x_2 &= 3 - 4\nu_2, & \Gamma &= \frac{\mu_2}{\mu_1}, \\
A &= \frac{1-\Gamma}{1+x_1\Gamma}, & B &= \frac{x_2-x_1\Gamma}{x_2+\Gamma}, \\
S &= \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}
\end{aligned} \right\} \tag{15}$$

ここで, 導いた関係式で $h=0$ と $\varphi=0$ をとして, 体積力法中の標準型力対の定義により相当の材料の弾性定数をかけると, 得られた応力場は西谷らの結果¹⁰⁾となる. さらに, 着力点と注目点が界面にある場合の結果は界面き裂の解析に重要となるが, それは文献7)に示している.

4. 結 言

二つの異なる等方性材料になる接合材の接合界面の付近にあるき裂の表面に分布している食違い変位による応力場を導いた。この解は接合界面の境界条件を満たすものである。また、ここで導いた式は、 $h=0$ と $\varphi=0$ を置いて、体積力法中の標準型力対の定義により相当の材料の弾性定数をかけると、力対が接合界面に作用する場合に対する西谷らの解と一致し、さらに、注目点も界面にあれば、得られた結果は界面き裂の解析に重要である。それは文献7)に示している。また、等方性無限体と半無限体の解をも包含するものである。したがって、本研究で導いた二相等方性の応力場は複雑であるが、一相および二相等方性材のどちらにも適応可能であるため、いままでより広範囲な材料を扱える体積力法または境界要素法の基本式として用いることができ、体積力法や境界要素法などの拡張に役立つと考える。

第一著者は、日本に滞在する間ポスト博士研究員として日本学術振興会(JSPS)から助成を得たことを記し、深く感謝します。

参考文献

- 1) L. Rongved: "Force Interior to One of Two Jointed Semi-Infinite Solids", *Proc. 2nd Midwestern Conf. Solid Mech.* (1955) pp. 1-13.
- 2) J. Dundurs and M. Hetenyi: "Transmission of Force between Two Semi-Infinite Solids", *ASME J. Appl. Mech.* 32 (1965) pp. 671-674.
- 3) 黄 克服・王 敏中: 「二つの材料からなる空間の弾性力学基本解」, 中国科学, A (1991) pp. 41-46.
- 4) M.-C. Chen (陳 夢成) and R.-J. Tang (湯 任基): "An Explicit Tensor Expression for the Fundamental Solutions of a Bimaterial Space Problem", *Chinese Applied Mathematics and Mechanics* (English Edition), 18 (1997) pp. 331-340.
- 5) 陳 夢成・野田尚昭: 「三次元異種接合弾性体の集中心による変位と応力の基本解」, 機械の研究, 55, 4 (2003) pp. 00-00.
- 6) J.C. Lee T.N. Farris and L.M., Keer: "Stress Intensity Factors for Cracks of Arbitrary Shape near An Interfacial Boundary", *Engng. Fract. Mech.* 27 (1987) pp. 27-41.
- 7) M.-C. Chen (陳 夢成), N.-A. Noda (野田尚昭) and R.-J. Tang (湯 任基): "Application of Finite-Part Integrals to Planar Interfacial Fracture Problems in Three-Dimensional Bimaterials", *ASME J. Appl. Mech.* 66 (1999) pp. 850-890.
- 8) T.-Y. Qin (秦 太駿) and N.-A. Noda (野田尚昭): "Analysis of A Three-Dimensional Crack Terminating at A Bimaterial Interface Using Hypersingular Integral Equation Method", *ASME J. Appl. Mech.* (2002) 印刷中.
- 9) 野田尚昭・大園瑠里・陳 夢成: 「異種材料接合界面に平行に存在するだ円き裂の引っ張りにおける応力拡大係数の解析」, 機論, 印刷中.
- 10) 西谷弘信・才本明秀・野口博司・陳 代行: 「体積力法による軸対称界面き裂の解析」, 機構論, No. 920-72 (1992) pp. 237-238.